Université de Sherbrooke, Département d'informatique

IGL501/IGL710 : Méthodes formelles en génie logiciel, Examen final
Professeur : Marc Frappier, 18 décembre 2019, 9 h à 12 h
Salles : D7-2023

Documentation permise. Appareil électronique interdit. La correction est, entre autres, basée sur le fait que chacune de vos réponses soit *claire*, c'est-à-dire lisible et compréhensible pour le lecteur; *précise*, c'est-à-dire exacte et sans erreur; *concise*, c'est-à-dire qu'il n'y ait pas d'élément superflu; *complète*, c'est-à-dire que tous les éléments requis sont présents. Cet examen comporte 8 pages, incluant celle-ci.

Pondération :

Question	1	2	3	4	5	6	7	Total
Valeur	15	15	15	15	15	15	10	100

1. (15 pts) Soit la machine B ci-dessous.

```
MACHINE Q1
VARIABLES S
INVARIANT        S ⊆ NAT
INITIALISATION   S := ∅
OPERATIONS
  ajout(x) = PRE x ∈ NAT ∧ x ∉ S
             THEN S := S ∪ {x} END
;
  sup(x) = PRE x ∈ NAT ∧ x ∈ S
           THEN S := S - {x} END
;
  r <-- maximum =
        IF S ≠ ∅ THEN r := max(S) ELSE r := 0 END
END
```

Spécifiez un raffinement qui utilise comme variables d'état `S1` et `S2` telles que

- `S1 ⊆ NAT` et `S2 ⊆ NAT`
- `S1` ne contient que les nombres pairs de `S`
- `S2` ne contient que les nombres impairs de `S`.

Solution

```
REFINEMENT Q1_ref
REFINES Q1
VARIABLES S1,S2
INVARIANT
  S1 ⊆ NAT
∧ S2 ⊆ NAT
∧ ∀x.(x ∈ S1 ⇒ x mod 2 = 0)
∧ ∀x.(x ∈ S2 ⇒ x mod 2 ≠ 0)
∧ S = S1 ∪S2
INITIALISATION
   S1 := ∅
|| S2 := ∅
OPERATIONS
```

```
  ajout(x) =
    PRE x ∈ NAT ∧ x ∉ S1 ∪ S2
    THEN IF x mod 2 = 0 THEN S1 := S1 ∪ {x}
         ELSE S2 := S2 ∪ {x} END
    END
;
  sup(x) =
    PRE x ∈ NAT ∧ x ∈ S1 ∪ S2
    THEN IF x mod 2 = 0 THEN S1 := S1 - {x}
         ELSE S2 := S2 - {x} END
    END
;
  r <-- maximum = IF S1∪S2 ≠ ∅ THEN r := max(S1∪S2) ELSE r := 0 END
END
```

2. (15 pts) Écrivez une substitution `P` en B0 (ie, le langage d'implémentation de B) telle que

$$[P](\text{inverse}(v,w)).$$

Le prédicat `inverse(v,w)` est définit comme suit. Soit $k \in NAT$, $S = 1..k$, $v \in S \rightarrow S$ et $w \in S \rightarrow S$.

$$\text{inverse}(v,w) \iff \forall x.(x \in S \Rightarrow v(k+1-x) = w(x))$$

Autrement dit, écrivez un programme `P` tel que `P` mets dans le vecteur `w` l'inverse du vecteur `v`. Par exemple, si

$$v = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)\} \text{ alors } w = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$$

Le vecteur `v` est inchangé par l'exécution de `P`. Donnez l'invariant et le variant de la boucle WHILE.

Solution

```
VAR i IN
i := 0;
WHILE (i < k) DO
  i := i+1;
  w(i) := v(k+1-i)
INVARIANT
  !x.(x : 1..i => w(x) = v(k+1-x))
& i : 0..k
VARIANT
  (k-i)
END
END
```

3. (15 pts) Soit

```
P = ((a -> SKIP ||| b -> SKIP) ; c-> STOP ) [] d -> STOP
```

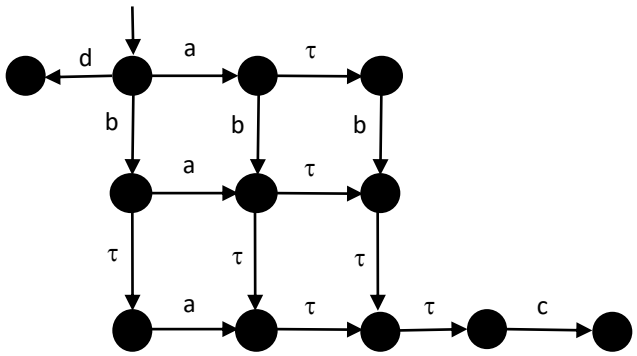
a) Prouvez la transition P -a-> P'

Solution

```
---------------------------------------------------- ⟶
a -> SKIP
-a->
SKIP
---------------------------------------------------- [||]1
a -> SKIP ||| b -> SKIP
-a->
SKIP ||| b -> SKIP
---------------------------------------------------- ;1
 (a -> SKIP ||| b -> SKIP) ; c-> STOP
-a->
(SKIP ||| b -> SKIP) ; c-> STOP
---------------------------------------------------- []3
((a -> SKIP ||| b -> SKIP) ; c-> STOP ) [] d -> STOP
-a->
((SKIP ||| b -> SKIP) ; c-> STOP )
```

b) Donnez l'arbre de transition de P

Solution



4. (15 pts) Soit

```
P1 = ((a -> STOP) [] (a -> STOP)) |~| (d -> STOP)
P2 = (a -> STOP) [] (d -> STOP)
P3 = (a -> STOP) |~| (d -> STOP)
```

Indiquez pour chacune des assertions suivantes si elle est vraie ou fausse; justifiez brièvement votre réponse.

```
a) assert P1 [T= P2
b) assert P1 [T= P3
c) assert P1 [F= P2
d) assert P1 [F= P3
```

Solution

```
assert P1 [T= P2 -- TRUE
assert P1 [T= P3 -- TRUE
assert P1 [F= P2 -- TRUE
assert P1 [F= P3 -- TRUE
```

5. (15 pts) Cette question porte sur la modélisation en Alloy de l'héritage dans les langages de programmation orientés objets comme Java ou C++, en utilisant les signatures suivantes :

```
sig Classe {
ext : lone Classe,
methodes : Methode -> Corps }
```

```
sig Methode {}
sig Corps {}
sig Objet {type : Classe }
```

La signature `Classe` représente les classes d'un programme C++ ou Java. Son attribut `ext` indique la classe dont une classe hérite. Pour simplifier, une classe peut hériter d'une seule autre classe. L'attribut `methodes` indique les méthodes de la classe, avec leur corps. Une méthode peut apparaitre dans plusieurs classes, avec des corps différents. Le type d'un objet est une classe, tel qu'indiqué par l'attribut `type`. Voici un exemple de valeurs dans ce modèle.

```
one sig C1,C2,C3 extends Classe {}

one sig M1,M2,M3 extends Methode {}

one sig B1,B2,B3,B3,B4,B5
   extends Corps {}

one sig O1 extends Objet {}
```

```
fact {
ext = C3 -> C2 + C2 -> C1
methodes =
  C1 -> M1 -> B1
+ C1 -> M2 -> B2
+ C2 -> M1 -> B3
+ C2 -> M2 -> B4
+ C3 -> M1 -> B5
type = O1 -> C3}
```

Dans cet exemple, la classe `C2` hérite de la classe `C1`. On dit alors que `C2` est plus spécifique que `C1`. L'héritage est transitif, donc `C3` hérite aussi de `C1` par transitivité. La méthode `M1` est définie dans les trois classes, chacune avec un corps différent.

Questions

a) Spécifiez un `fact` qui indique que dans une classe, une méthode est associée à un seul corps.

Solution

```
fact {
all c : Classe | c.methodes in Methode lone -> lone Corps
}
```

b) Spécifiez le prédicat suivant

```
pred herite[o:Objet,c:Classe,m:Methode]
```

qui retourne vrai ssi l'objet `o` *hérite* de la méthode `m` de la classe `c`. Cela est défini comme suit. Soit `c'` le type de `o`. L'objet `o` hérite d'une méthode `m` si elle est déclarée dans `c'` ou bien dans une classe c tell que `c'` hérite de `c`.

Solution

```
pred herite[o:Objet,c:Classe,m:Methode]
{
    c in o.type.*ext
and m in c.methodes.Corps
}
```

c) Spécifiez le prédicat suivant

```
pred plusSpecifique[c,c':Classe]
```

qui retourne vrai ssi `c` est plus spécifique que `c'` (ie, c hérite, directement ou indirectement, de `c'`).

Solution

```
pred plusSpecifique[c,c':Classe]
{
c' in c.^ext
}
```

d) Spécifiez la fonction suivante

```
fun executer[o : Objet, m : Methode]: Corps
```

qui retourne le corps de la méthode qui sera exécutée si on applique la méthode `m` à l'objet `o`. La méthode exécutée provient de la classe la plus spécifique de laquelle `o` hérite. Si o n'hérite pas de la méthode m, alors la fonction retourne un ensemble vide. Voici quelques exemples d'appel

```
executer[O1,M1] = {B5}
executer[O1,M2] = {B4}
executer[O1,M3] = {}
```

Solution

```
fun executer[o : Objet, m : Methode]: Corps
{
  { b : Corps |
      some c : Classe | herite[o,c,m] and b = m.(c.methodes) and
        no c' : Classe | herite[o,c',m] and plusSpecifique[c',c]
  }
}
```

6. (15 pts) Soit la spécification B suivante

MACHINE relation SETS ELEM={a,b,c} VARIABLES r INVARIANT r ∈ ELEM ⇔ ELEM ∧ id(ELEM) ∩ r = ∅ INITIALISATION r := ∅	OPERATIONS add(x,y) = PRE x ∈ ELEM ∧ y ∈ ELEM ∧ (x,y) ∉ r ∧ x ≠ y THEN r := r ∪ {(x,y)} END ; del(x,y) = PRE x ∈ ELEM ∧ y ∈ ELEM ∧ (x,y) ∈ r THEN r := r - {(x,y)} END END

a) Traduisez cette spécification B en Alloy.

Solution

```
open util/ordering[State]
enum Event {init,add, del}
enum ELEM {a,b,c}
sig State {
  r : ELEM -> ELEM,
  event : Event
}

pred add[s,s' : State, x,y : ELEM]
{
x != y
x->y not in s.r
s'.r = s.r + x->y
s'.event = add
}

pred del[s,s' : State, x,y : ELEM]
{
x->y in s.r
s'.r = s.r - x->y
s'.event = del
}

pred Init[s:State]
{
no s.r
s.event = init
}
```

b) Donnez une commande qui permet de prouver l'invariant de la machine B.

Solution

```
pred inv[s : State]
{
no iden & s.r
}

check Inv {
all s : State | Init[s] => inv[s]
all s,s' : State | inv[s] and Transition[s,s'] => inv[s']
} for 2 State
```

c) Soit `x,y : ELEM, s1,s2,s3 : State`. Donnez une commande qui vérifie que tout appel de `add[s1,s2,x,y]` suivi de `del[s2,s3,x,y]` laisse la relation inchangée.

Solution

```
check add_del {
         all x,y : ELEM, s1, s2, s3 : State |
                      add[s1,s2,x,y]
        and add[s2,s3,x,y]
       =>
         s1.r = s3.r
}  for 3 State
```

7. (15 pts) Soit la spécification CSP suivante.

```
channel a,b,c

P1 = a -> ((b -> P2) [] (c -> P3))

P2 = (b -> P2) [] (b -> P1)

P3 = (c -> P3) [] (c -> P1)
```

Écrivez une formule de logique temporelle (LTL ou CTL, à votre choix) pour chacune des propriétés suivantes.

a) Un `a` est toujours suivi d'un `b` ou d'un `c`

Solution

```
G ([a] => F([b] or [c]))
Ou bien
G ([a] => X([b] or [c]))
```

b) Si un `b` survient, alors aucun `c` ne survient avant l'arrivée d'un `a`

Solution

```
G ([b]=> ((not [c]) W [a]))
```

c) Il existe une trace dont le suffixe est une suite infinie de `b`. Autrement dit, la fin de la trace est une suite infinie de `b`.

Solution

Il suffit que la formule LTL suivante soit fausse

```
not (FG [b])
```

ou bien que la formule CTL suivante soit vraie

```
EF EG [b]
```

Fin de l'examen; Joyeuses Fêtes!