

IFT734 - IGL501

Examen périodique, lundi 16 octobre de 13h30 à 16h20
local D7-2017

1. (20 pts) Traduisez les énoncés suivants en formules selon le langage Tarski.
 - (a) Un gros objet est un cube; un petit objet est un tétraèdre; un tétraèdre est gros ou petit.
Solution: $\forall x((large(x) \Rightarrow cube(x)) \wedge (small(x) \Rightarrow tet(x)) \wedge (tet(x) \Rightarrow (small(x) \vee large(x))))$
 - (b) Il existe un cube large, situé devant tous les tétraèdres et derrière tous les dodécaèdres; de plus, ce cube est situé entre deux cubes petits.
Solution: $\exists x(cube(x) \wedge large(x) \wedge (\forall y((tet(y) \Rightarrow frontOf(x, y)) \wedge (dodec(y) \Rightarrow backOf(x, y)))) \wedge (\exists y \exists z(cube(y) \wedge cube(z) \wedge small(y) \wedge small(z) \wedge between(x, y, z))))$
2. (10 pts) Effectuez les substitutions suivantes; si la substitution est invalide procédez au renommage des variables quantifiées et ensuite effectuez la substitution.
 - (a) $(\forall x(f(x, y) > g(y, z) \wedge \exists y h(x) > y))[x := y]$ **Solution:** La substitution est valide et n'a aucun effet, car il n'y a aucune occurrence libre de x .
 - (b) $(\forall x(f(x, y) > g(y, z) \wedge \exists y h(x) > y))[y := x]$ **Solution:** La substitution est invalide; on doit renommer x ; on choisit w ; voici le résultat du renommage

$$(\forall w(f(w, y) > g(y, z) \wedge \exists y h(w) > y))[y := x + z]$$

Voici le résultat de la substitution

$$(\forall w(f(w, x + z) > g(x + z, z) \wedge \exists y h(w) > y))[y := x + z]$$

3. (30 pts) Donnez une preuve des formules propositionnelles suivantes, en utilisant seulement les règles de déduction présentées dans le devoir 2.
 - (a) $A \vee (\neg A \wedge B) \Rightarrow A \vee B$
 - (b) $A \wedge B \Rightarrow A \wedge (\neg A \vee B)$
4. (40 pts) Écrivez une spécification B pour le système suivant. Le système gère les inscriptions des étudiants aux cours de l'Université. Le modèle entité-relation de la figure 1 montre les données du système. Utilisez l'ensemble 0..4 pour dénoter les notes d'un étudiant, 0 correspondant à E (échec) et 4 à A. Un étudiant ne peut s'inscrire à un cours que s'il a complété tous ses préalables avec une note supérieure ou à égale à 1 (D). L'attribut *note* d'une inscription est optionnel (la note est attribuée lorsque le cours est complété). Le titre d'un cours est unique. Spécifiez les opérations suivantes:
 - `creerCours(pSigle,pTitre)`
créer le cours;
 - `inscrireEtudiant(pMatricule,pSigle)`
l'étudiant est inscrit au cours s'il n'est pas déjà inscrit et s'il a réussi tous ses préalables.

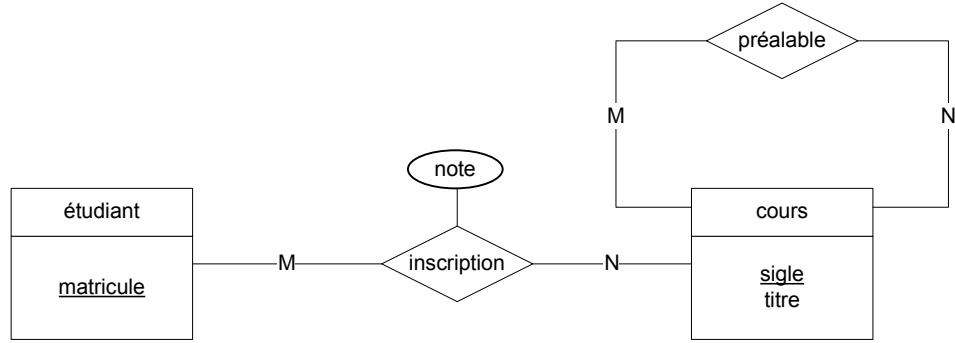


Figure 1: Modèle entité-relation du système de gestion des notes

Solution:

MACHINE universite

DEFINITIONS

$satisfaitPrealables(mat, sig) ==$
 $\forall p.(p \in prealable[\{sig\}] \Rightarrow (mat \mapsto p \in inscription \wedge note(mat \mapsto p) \geq 1))$

SETS

$MATRICULE; SIGLE; NOTE; TITRE$

PROPERTIES

$NOTE = 0..4$

VARIABLES

$matricule, sigle, inscription, note, prealable$

INVARIANT

$matricule \subseteq MATRICULE \wedge$
 $sigle \subseteq SIGLE \wedge$
 $titre \in sigle \mapsto TITRE \wedge$
 $inscription \in matricule \leftrightarrow sigle \wedge$
 $note \in inscription \mapsto NOTE \wedge$
 $prealable \in sigle \leftrightarrow sigle \wedge$
 $\forall m, s.(m \mapsto s \in inscription \Rightarrow satisfaitPrealables(m, s))$

INITILISATION

$matricule, sigle, inscription, note, prealable := \{\}, \{\}, \{\}, \{\}, \{\}$

OPERATIONS

$creerCours(pSigle, pTitre) \triangleq$

PRE

$pSigle \in SIGLE - sigle \wedge$

```

     $pTitre \notin \text{ran}(\text{titre})$ 
  THEN
     $\text{sigle} := \text{sigle} \cup \{pSigle\}$ 
    ||
     $\text{titre}(pSigle) := pTitre$ 
  END
END;
```

```

inscrireEtudiant( $pMatricule, pSigle$ )  $\triangleq$ 
  PRE
     $pMatricule \in \text{matricule} \wedge$ 
     $pSigle \in \text{sigle} \wedge$ 
     $pMatricule \mapsto pSigle \notin \text{inscription} \wedge$ 
     $\text{satisfaitPrealable}(pMatricule, pSigle)$ 
  THEN
     $\text{inscription} := \text{inscription} \cup \{pMatricule \mapsto pSigle\}$ 
  END
END
```