

Devoir 3

Date de remise : vendredi 11 octobre à 16:00

- Effectuez ce devoir en équipe de 4 personnes, avec les mêmes équipes que pour le devoir 2. Vous devez créer votre équipe dans Turninweb, comme pour le devoir 2.
- Soumettez un seul fichier, `devoir3.mch`.

Considérez le fichier

<https://marcfrappier.espaceweb.usherbrooke.ca/mat115/devoirs/devoir3/devoir3.mch>.

Ajoutez-y les définitions demandées dans les questions ci-dessous. Les questions sont de deux types.

1. Certaines demandent d'écrire une définition en utilisant un ensemble **par compréhension** (i.e., $\{x \mid \mathcal{A}\}$); dans ce cas, vous **ne pouvez pas** utiliser les opérations sur les ensembles et les relations des tableaux 2.5 et 2.7 des notes de cours, sauf la notion de couple $((x, y)$ ou $x \mapsto y$) que vous pouvez bien sûr utiliser; vous pouvez aussi utiliser l'appartenance \in et les connecteurs de la logique propositionnelle et de la logique du premier ordre.
2. Certaines demandent d'écrire une définition en utilisant seulement les opérations sur les ensembles et les relations, soient celles des tableaux 2.5 et 2.7 des notes de cours. Dans ce cas, vous ne pouvez pas utiliser une définition par compréhension.

Vous pouvez ajouter des éléments aux ensembles fournis dans `devoir3.mch`, afin de tester plus exhaustivement vos solutions. Vos solutions doivent fonctionner pour n'importe quelle valeur des ensembles `Personne`, `Cours`, et des relations `Parent` et `Prealables`.

Indentez vos formules en utilisant le style utilisé dans `devoir3.mch` ainsi que dans l'exemple <https://marcfrappier.espaceweb.usherbrooke.ca/mat115/exercices/chap2/q3/prop-relation.mch>

1. Définissez par compréhension l'ensemble `Mere` qui contient les *personnes* qui sont des mères. Dans le contexte de cette question, une personne est une mère ssi elle est une femme et elle est le parent d'une personne.
2. Définissez `Mere_alt`, qui contient les mêmes éléments que `Mere`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
3. Définissez par compréhension l'ensemble `SansEnfant` qui contient les personnes qui n'ont pas d'enfant.
4. Définissez `SansEnfant_alt`, qui contient les mêmes éléments que `SansEnfant`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
5. Définissez par compréhension la relation `Fraterie`, qui contient les couples (x, y) tels que x est un frère ou une soeur de y . Dans le contexte de cette question, on dit que x et y sont frère ou soeur s'ils ont les mêmes parents. Cette relation est symétrique, c'est-à-dire:

$$(x, y) \in \text{Fraterie} \Rightarrow (y, x) \in \text{Fraterie}$$

6. Définissez par compréhension la relation `FratLarge`, qui contient les couples (x, y) tels que x et y ont un parent en commun (i.e., ils sont frères, demi-frères, soeurs, ou demi-soeur). Cette relation est symétrique.
7. Définissez `FratLarge_alt`, qui contient les mêmes éléments que `FratLarge`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
8. Définissez par compréhension la relation `Frere`, qui contient les couples (x, y) tels que x est un frère de y selon `FratLarge`.
9. Définissez `Frere_alt`, qui contient les mêmes éléments que `Frere`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
10. Définissez par compréhension la relation `Cousin`, qui contient les couples (x, y) tels que x est un cousin ou une cousine de y . Cette définition est basée sur la fraterie large. Cette relation est symétrique.
11. Définissez `Cousin_alt`, qui contient les mêmes éléments que `Cousin`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
12. Définissez, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations, la relation `Parent_2`, qui contient les mêmes couples que `Parent`, sauf que les enfants de `p1` et `p2` sont permutés, c'est-à-dire que les enfants de `p1` dans `Parent_2` sont les enfants de `p2` dans `Parent`, et, vice-versa, les enfants de `p2` dans `Parent_2` sont les enfants de `p1` dans `Parent`.
13. Définissez la relation `Ancetre` qui contient les couples (x, y) tels que x est un ancêtre de y . On dit que x est un ancêtre de y ssi x est un parent de y , directement ou transitivement (i.e., x est un parent, ou un grand-parent, ou un arrière-grand-parent, ou un arrière-arrière-grand-parent, ..., de y).
14. Définissez le booléen `PasDeCycle` qui vaut `TRUE` ssi il n'y a pas de cycle dans la relation `Parent`, c'est-à-dire qu'une personne ne peut être son propre ancêtre. Cette définition sera de la forme

$$\text{PasDeCycle} = \text{bool}(\mathcal{A})$$

où `bool` est la fonction en `B` qui prend en entrée une formule et retourne en sortie sa valeur de vérité (i.e., `TRUE` ou `FALSE`, du type `BOOL`).

15. Soit la relation `Prealable` illustrée dans le fichier `devoir3.mch` et contenant les couples (x, y) tels que

$$(x, y) \in \text{Prealable} \Leftrightarrow \text{le cours } x \text{ est un préalable } \textit{direct} \text{ du cours } y$$

La relation `Prealable` ne contient que les préalables directs d'un cours. Par exemple, si

$$(c_1, c_2) \in \text{Prealable} \wedge (c_2, c_3) \in \text{Prealable}$$

alors, le couple (c_1, c_3) n'apparaîtra pas dans la relation `Prealable`. On dira plutôt que c_1 est un préalable *indirect* de c_3 . Et on pourra calculer les préalables indirects d'un cours à partir de `Prealable`, en calculant sa fermeture transitive. Ainsi, on dit que x est un préalable indirect de y ssi $(x, y) \in \text{Prealable}^+$

Définissez par compréhension l'ensemble `Prealables_c5`, qui contient les *cours* qui sont directement préalables au cours `c5`.

16. Définissez `Prealables_c5_alt`, qui contient les mêmes éléments que `Prealables_c5`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
17. Définissez l'ensemble `PrealableTrans`, qui contient les couples (x, y) tels que x est un préalable, directement ou indirectement, (i.e., par transitivité), de y .
18. Définissez par compréhension la relation `MemePrealable`, qui contient les couples (x, y) tels que x et y ont les mêmes préalables directs. x et y doivent avoir au moins un préalable direct.
19. Définissez par compréhension la relation `AuMoinsUnPrealable`, qui contient les couples (x, y) tels que x et y sont préalables directs d'un même cours. Cette relation est symétrique.
20. Définissez l'ensemble `AuMoinsUnPrealable_alt`, qui contient les mêmes éléments que `AuMoinsUnPrealable`, en utilisant seulement des opérations sur les ensembles et les relations.
21. Définissez l'ensemble `PlusRestreint`, qui contient *le* cours qui a le plus de préalables, directement ou indirectement. Par exemple, dans la relation `Prealable` du fichier `devoir3.mch`, le cours `c5` a le plus de préalables. Si plus d'un cours ont le même nombre maximal de préalables, on retourne un ensemble vide.