

Devoir 4 - Propriétés des relations et des fonctions

En équipe de 4 personnes.

Utilisez TurninWeb, le système de soumission de travaux du Département d'informatique, pour soumettre votre travail. Soumettez un seul fichier

- Devoir4.pdf

**Énoncé du devoir**

1- Soit E et F deux ensembles. Pour chaque diagramme UML suivant, donnez une formule représentant exactement les contraintes de cardinalité. Vous pouvez utiliser la syntaxe ASCII de B pour donner votre réponse. Notez que "\*" signifie pas de borne supérieure.

Par exemple, la formule correspondant au diagramme suivant



est

$$a : E \leftrightarrow F$$

Voici les cas à considérer.

**Solution**



$$a : E \leftrightarrow F \ \& \ \text{dom}(a) = E$$



$$a : E \mapsto F$$



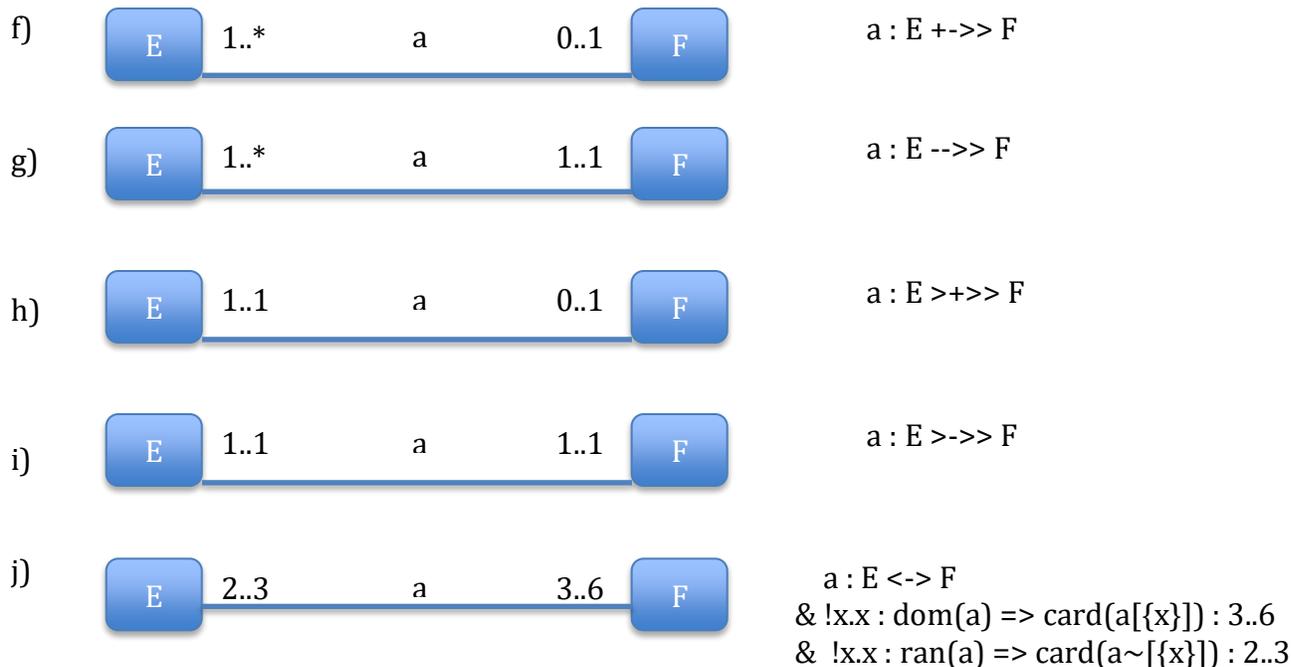
$$a : E \dashrightarrow F$$



$$a : E \gg F$$



$$a : E \gg F$$



2. Considérez les cas e) et h) du numéro précédent. Sont-ils redondants? Autrement dit, peut-on exprimer une équivalence entre ces deux cas, et n'utiliser ainsi qu'une seule des deux classes de fonction?

**Solution:** oui ils sont redondants, car  $a : E \dashrightarrow F \Leftrightarrow a \sim : F \dashrightarrow E$

3. Soit  $E = \{e_1, e_2, e_3\}$  et  $F = \{f_1, f_2\}$ . Combien y a-t-il de fonctions dans chacun des espaces suivants.

- a)  $E \rightarrow F$      **Solution :** 8
- b)  $E \rightrightarrows F$      **Solution :** 0
- c)  $E \rightarrow F$      **Solution :** 6
- d)  $E \rightrightarrows F$      **Solution :** 0

4. Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Si une affirmation est fausse, donnez un contre-exemple ou justifiez votre réponse.

- a)  $E \rightarrow E \subseteq E \rightrightarrows E$      **Solution :** Vrai, car  $E \rightrightarrows E$  est la classe de fonction la plus générale
- b)  $E \rightrightarrows E \cap E \rightarrow E = \emptyset$      **Solution :** Faux, car  $\text{id}(E)$  est totale, injective et surjective.
- c)  $\emptyset \in E \rightrightarrows E$      **Solution :** Vrai, car  $\{\}; \{\} \subseteq \text{id}(E)$

5. Considérez les relations LeftOf et SameCol du logiciel Tarski. Complétez le tableau ci-dessous pour y indiquer, pour chaque relation, lequel des trois cas suivants est vrai:

- La propriété est vraie pour tous les mondes.
- La propriété est vraie dans au moins un monde, mais pas dans tous les mondes.
- La propriété est fausse dans tous les mondes.

Indiquez votre choix par un X dans la colonne appropriée.

Rappel : un monde contient au moins un objet.

On considère les relations comme suit:

- LeftOfRel = { x,y | LeftOf(x,y) }
- SameColRel = { x,y | SameCol(x,y) }

Relation	Propriété	Vraie tous	Vraie ds 1	Fausse tous
LeftOf	réflexive			X
LeftOf	irréflexive	X		
LeftOf	transitive	X		
LeftOf	symétrique		X	
LeftOf	antisymétrique	X		
LeftOf	antisymétrique- forte	X		
SameCol	réflexive	X		
SameCol	irréflexive			X
SameCol	transitive	X		
SameCol	symétrique	X		
SameCol	antisymétrique		X	
SameCol	antisymétrique- forte			X

6. Complétez le tableau suivant sur les relations familiales Parent, Ancetre, Frere et Cousin, en indiquant un X lorsque la relation **satisfait** la propriété. Voici quelques définitions pour éviter toute ambiguïté. On dit que  $x$  est un parent de  $y$  ssi  $x$  est le père ou la mère de  $y$ . On définit Ancetre = Parent<sup>+</sup>. On suppose que la relation Parent contient les personnes nées au 20<sup>ième</sup> siècle (pour simplifier ;-)).

Propriété	$(x,y) \in \text{Parent}$ $x$ est parent de $y$	$(x,y) \in \text{Ancetre}$ $x$ est un ancêtre de $y$	$(x,y) \in \text{Frere}$ $x$ est frère de $y$	$(x,y) \in \text{Cousin}$ $x$ est cousin ou cousine de $y$
réflexive				
irréflexive	X	X	X	X
transitive		X		
symétrique				X
antisymétrique	X	X		
antisymétrique-forte	X	X		
acyclique	X	X		
bien fondée	X	X		