

---

Université de Sherbrooke  
Département de mathématiques

**MAT115 : Logique et mathématiques discrètes**

**Examen final**

Professeur : Marc Frappier

Mercredi 18 décembre 2019, 9 h à 12 h

Salles : D3-2033, D3-2035, D3-2037

**Notes importantes :**

- Documentation permise.
- Tout appareil électronique interdit.
- Ne dégrafez pas ce questionnaire.
- La correction est, entre autres, basée sur le fait que chacune de vos réponses soit :
  - claire, c'est-à-dire lisible et compréhensible pour le lecteur;
  - précise, c'est-à-dire exacte et sans erreur;
  - concise, c'est-à-dire qu'il n'y ait pas d'élément superflu;
  - complète, c'est-à-dire que tous les éléments requis sont présents.
- nombre de pages de l'examen, incluant celle-ci : 8.

**Pondération :**

Question	Point	Résultat	Question	Point	Résultat
1	10		6	10	
2	15		7	10	
3	15		8	10	
4	10		9	10	
5	10		total	100	

Nom : \_\_\_\_\_ Prénom : \_\_\_\_\_

Signature : \_\_\_\_\_ CIP : \_\_\_\_\_







4. (10 pts)

(a) Soit  $S = \{c, d\}$ . Pour chaque relation sur  $S$  ci-dessous, indiquez les propriétés qu'elle satisfait, en indiquant un X dans la case correspondante.

Relation	réflexive	irréflexive	transitive	symétrique	antisymétrique	asymétrique
$\{(c, c), (d, d)\}$						
$\{(c, d), (d, c)\}$						

(b) Soit les relations suivantes sur les nombres naturels ( $\mathbb{N}$ ). indiquez les propriétés qu'elle satisfait, en indiquant un X dans la case correspondante.

Relation	réflexive	irréflexive	transitive	symétrique	antisymétrique	asymétrique
$<$						
$\leq$						
$\neq$						

5. (10 pts)

(a) Est-ce que la relation suivante est bien fondée? Justifiez votre réponse.

$$\{(x, y) \mid x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y = x + 1\}$$


(b) Est-ce que la relation fraterie, définie sur les personnes, est acyclique? Justifiez votre réponse.

$$\text{fraterie} = \{(x, y) \mid x \text{ est un frère ou une soeur de } y\}$$


6. (10 pts) Soit les fonctions suivantes. Indiquez à quelle classe elle appartient en cochant la case appropriée.

$$f_1 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y = x + 1\}$$

$$f_2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y = x - x\}$$

fonction	$\mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \twoheadrightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \succrightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \leftrightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \twoheadrightarrow \mathbb{N}$	$\mathbb{N} \succrightarrow \mathbb{N}$
$f_1$								
$f_2$								

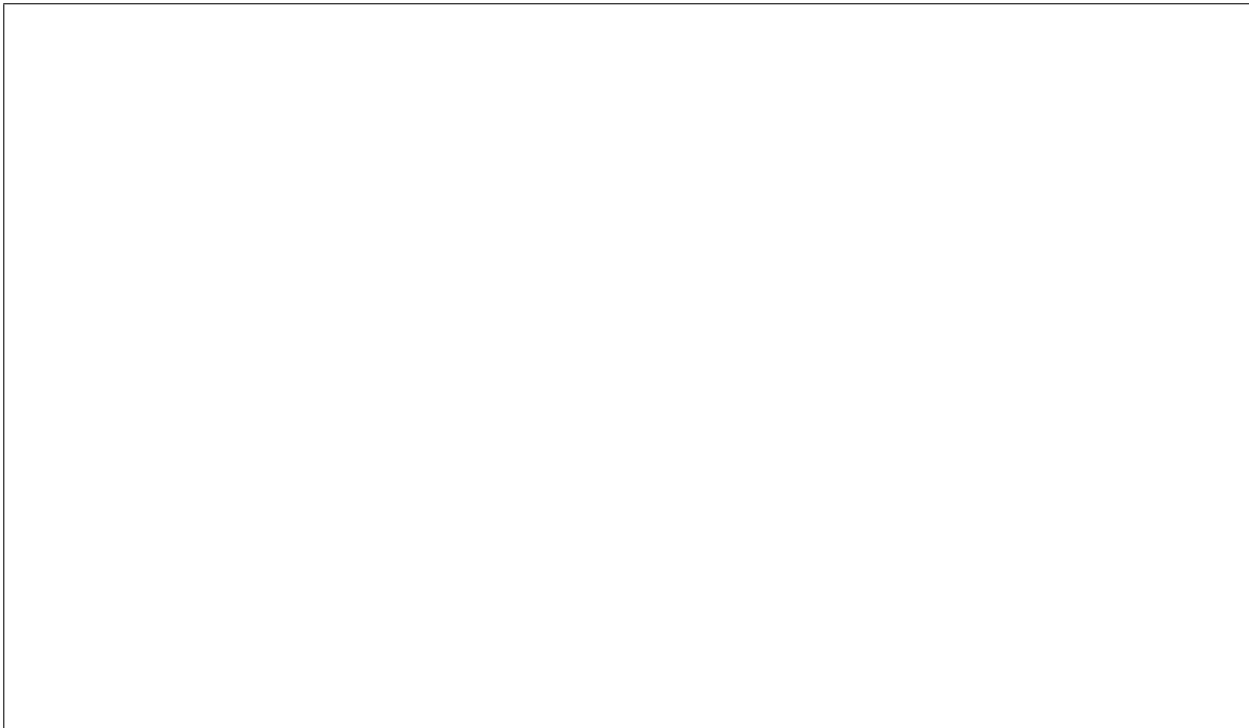
---

7. (10 pts)

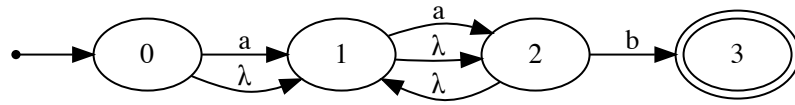
- (a) Soit  $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ . Donnez le graphe d'un automate **non-déterministe** qui accepte seulement les mots qui commencent par  $ab$  et se termine par  $cd$ .



- (b) Soit  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Donnez le graphe d'un automate **déterministe** qui accepte seulement les mots se terminant par  $ab$  ou  $c$ . Il n'est pas nécessaire de donner l'état puits.

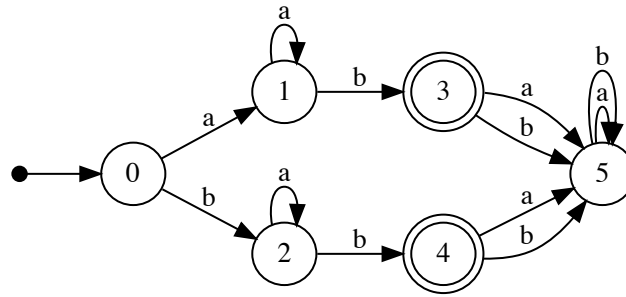


8. (10 pts) Déterminez l'automate suivant, en supposant que  $\Sigma = \{a, b\}$ .



Dessinez seulement l'automate déterministe ici. Ne donnez pas  $t$  et  $\lambda$ -closure. Donnez l'état puits.

9. (10 pts) Minimisez l'automate suivant, en supposant que  $\Sigma = \{a, b\}$ .



Donnez la valeur du tableau, comme indiqué dans les notes de cours.

Paire	D	r	E
{0,1}			
{0,2}			
{0,3}			
{0,4}			
{0,5}			
{1,2}			
{1,3}			
{1,4}			
{1,5}			
{2,3}			
{2,4}			
{2,5}			
{3,4}			
{3,5}			
{4,5}			

Joyeuses fêtes!!!



Dessinez l'automate minimal équivalent ici.